

Problème 257 – Les 9 points gagnants de « Questions pour un champion »

Niveau : Première (Spécialité Maths)

Chapitres : Suites numériques, Algorithmique (Python)

Inédit, publié le 24/12/2021



Peu de jeux télévisés quotidiens peuvent se vanter d'avoir une telle longévité. Née en 1988, l'émission « Questions pour un champion » est toujours solidement ancrée, attirant en moyenne plus d'1,5 millions de téléspectateurs chaque jour. Longtemps présentée par l'iconique Julien Lepers, elle est aujourd'hui menée par Samuel Etienne (plus récemment connu pour ses revues de presse en direct sur Twitch).

Les règles du jeu ont très peu varié en 30 ans. Chaque jour, 4 adversaires s'affrontent sur 3 jeux successifs au bout desquels il reste un vainqueur. Le premier de ces 3 jeux s'appelle « 9 points gagnants » : Samuel Etienne y pose aux candidats des questions à la volée : celui ou celle qui répond juste le plus rapidement gagne un, deux ou trois points. Un(e) joueur(se) se qualifie pour le second jeu si il ou elle parvient à être parmi les 3 premiers joueurs(ses) à avoir au moins 9 points (**Image 1**). L'objet de ce problème est de déterminer de combien de manières il est possible de réunir ces 9 points.



Image 1 – Le jeu des 9 points gagnants

On appelle (u_n) la suite qui à l'entier naturel $n \geq 1$ associe le nombre de manières de réunir **exactement** n points dans le premier jeu de « Questions pour un champion ». L'ordre dans lesquels les points sont marqués est important : marquer 1 puis 2 points n'est pas pareil que marquer 2, puis 1 point.

On a : $u_1 = 1$ et $u_2 = 2$ (en effet, pour $n=2$, on peut marquer d'un coup 2 points, ou deux fois 1 point).

1) Déterminer u_3 .

2) a) Expliquer les raisons pour lesquelles on peut dire que pour $n \geq 4$, on a $u_n = u_{n-1} + u_{n-2} + u_{n-3}$.

b) En déduire la valeur de u_9 .

3) La valeur trouvée en 2).b) ne correspond pas au nombre de manières de se qualifier, puisqu'il est possible pour un joueur d'obtenir plus de 9 points (il ne peut cependant pas dépasser 8 points + 3 points = 11 points, puisqu'à partir de 9 points le joueur est qualifié et ne joue plus).

On appelle (v_n) la suite qui à l'entier naturel $n \geq 1$ associe le nombre de manières de réunir n points **ou plus**, sachant qu'on s'arrête quand on a obtenu au moins n points.

a) Déterminer, pour $n \geq 4$, une expression de v_n en fonction de u_{n-1} , u_{n-2} , u_{n-3} .

b) En déduire la valeur de v_9 , qui correspond au nombre de manières de se qualifier pour le second jeu.

4) Maria, une lycéenne, s'interroge sur les valeurs qu'on obtiendrait s'il fallait obtenir beaucoup plus de points pour se qualifier pour le second jeu. Pour cela, elle code un programme Python qui lui permet, pour une valeur n donnée, d'obtenir successivement :

- une liste de toutes les valeurs de u_1 à u_n .

- le nombre de manières d'obtenir au moins n points, c'est-à-dire v_n .

Ci-dessous, on peut lire la structure générale du programme de Maria :

```
def possibilites(n):
```

```
    u=[]
    u.append(1)
    u.append(2)
    u.append(...)
    for k in range (... , ...):
        u.append(.....)
    v=.....
    print(u)
    return(v)
```

```
n=int(input("n?"))
```

```
print (possibilites(n))
```

a) Compléter les pointillés du programme de Maria.

b) Exécuter le programme sur la calculatrice pour déterminer les valeurs u_{25} et v_{25} .

5) Quel autre outil numérique pouvez-vous proposer pour répondre plus rapidement à la question de Maria ? Expliquer la manière dont il faudrait alors procéder avec cet autre outil.